

Amérique du Nord
7 juin 2017
Exercice 2

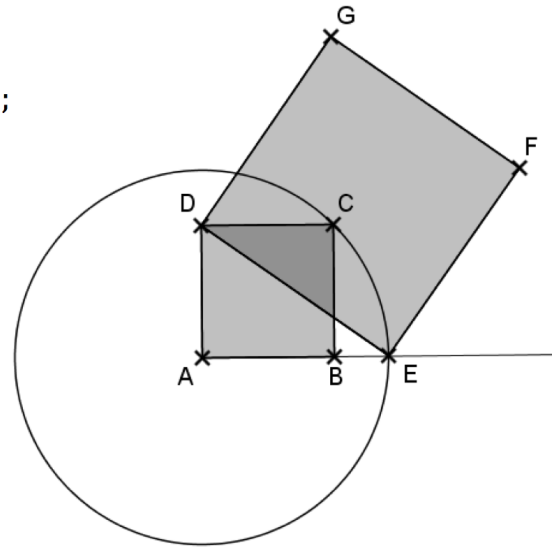
Exercice 2 (9,5 points)

Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

Programme de construction :

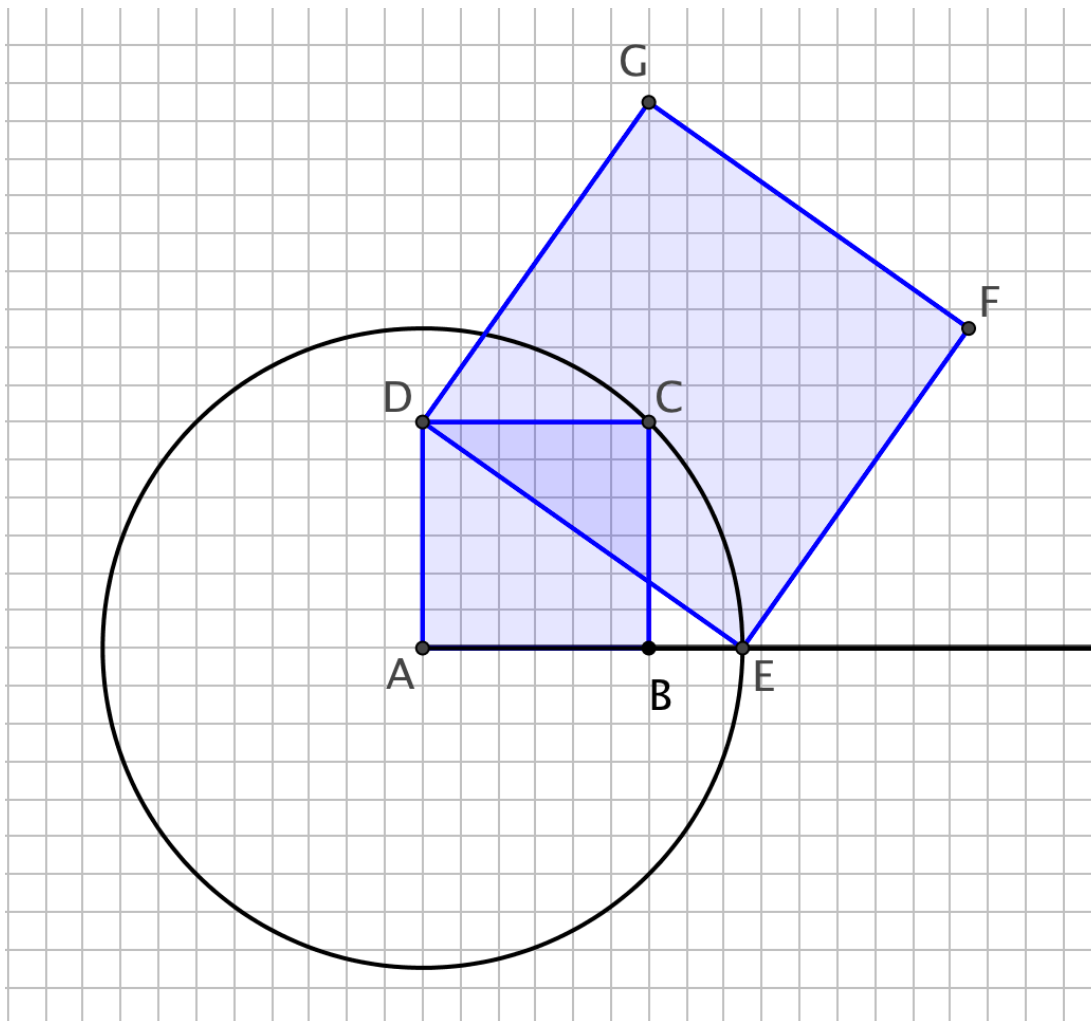
- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

Figure obtenue :



- 1) Sur la copie, réaliser la construction avec **AB = 3 cm**.
- 2) Dans cette question, **AB = 10 cm**.
 - a) Montrer que $AC = \sqrt{200}$ cm.
 - b) Expliquer pourquoi $AE = \sqrt{200}$ cm.
 - c) Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.
- 3) On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD.
En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm^2 .
Quelle longueur AB faut-il choisir au départ ?

1. Figure obtenue avec $AB = 3\text{ cm}$:



(le quadrillage représente le quadrillage d'une feuille à petits carreaux)

2. a. Le triangle ABC est rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 10^2 + 10^2$$

$$AC^2 = 100 + 100$$

$$AC^2 = 200$$

$$AC = \sqrt{200}$$

On trouve bien $AC = \sqrt{200}\text{ cm}$.

b. E est sur le cercle de centre A et de rayon [AC] donc $AE = AC = \sqrt{200}$.

On trouve bien $AE = \sqrt{200}\text{ cm}$.

c. Aire du petit carré ABCD

$$\text{Aire}_{ABCD} = \text{côté} \times \text{côté} = AB \times AB = 10 \times 10 = 100\text{ cm}^2$$

Le petit carré ABCD a une aire de 100 cm^2 .

Aire du grand carré DEFG

Il faut connaître la longueur DE pour calculer l'aire du carré DEFG.

Le triangle AED est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$$DE^2 = DA^2 + AE^2$$

$$DE^2 = 10^2 + \sqrt{200}^2$$

$$DE^2 = 100 + 200$$

$$DE^2 = 300$$

$$DE = \sqrt{300}$$

donc $Aire_{DEFG} = \text{côté} \times \text{côté} = DE \times DE = \sqrt{300} \times \sqrt{300} = 300 \text{ cm}^2$.

L'aire du grand carré DEFG est 300 cm² : c'est bien le triple de l'aire du petit carré ABCD (100 cm²).

3. Si l'aire du grand carré DEFG vaut 48 cm², alors l'aire du petit carré ABCD vaut 16 cm²

($\frac{48}{3} = 16 \text{ cm}^2$) donc le côté du petit carré ABCD vaut 4 cm.

(Ainsi : $Aire_{ABCD} = \text{côté} \times \text{côté} = AB \times AB = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$)

Il faut donc choisir au départ 4 cm pour la longueur AB.