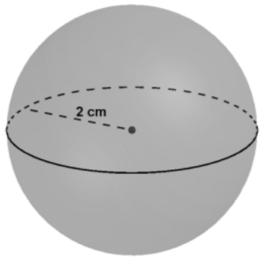
Exercice 3 : ***(6 points)***

Voici les dimensions de quatre solides :

- Une pyramide de 6 cm de hauteur dont la base est un rectangle de 6 cm de longueur et de 3 cm de largeur.
- Un cylindre de 2 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Un cône de 3 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Une boule de 2 cm de rayon.



1. a) Représenter approximativement les trois premiers solides comme l'exemple ci-contre.

b) Placer les dimensions données sur les représentations.

2. Classer ces quatre solides dans l'ordre croissant de leur volume.

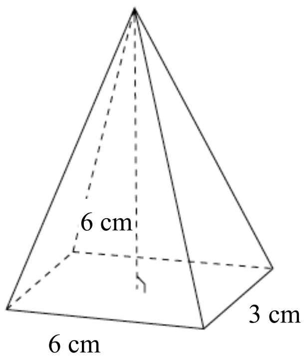
Quelques formules :

$$\frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3 \qquad \pi \times rayon^2 \times hauteur$$

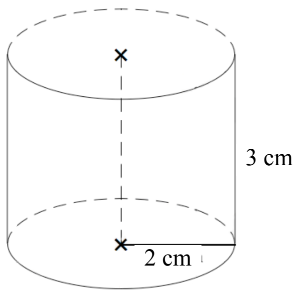
$$\frac{1}{3} \times \pi \times rayon^2 \times hauteur \qquad \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur$$

1. a) et **b)**

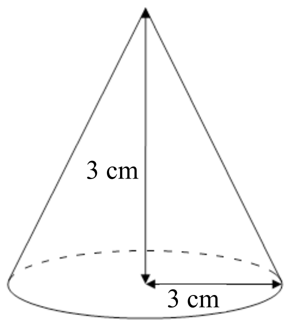
Pyramide



Cylindre



Cône



2. Si on n'a pas appris ses formules de géométrie dans l'espace (…) on peut retrouver à quoi correspondent celles données dans l'énoncé grâce à un peu de logique :
Il n'y a pas de forme circulaire dans la pyramide donc pas de symbole π dans la formule d'où :

$$V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times aire\,de\,la\,base \times hauteur$$

Il y a une notion de hauteur pour le cylindre et pour le cône mais pas pour la boule donc il n'y a pas de h dans la formule de la boule d'où : $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$.

Il reste deux formules : si on prend le même cercle de base et la même hauteur, le volume du cône est inférieur au volume du cylindre, c'est la raison de la présence du $\frac{1}{3}$ donc :

$V_{cône} = \frac{1}{3} \times \pi \times rayon^2 \times hauteur$ et $V_{cylindre} = \pi \times rayon^2 \times hauteur$.

<u>Volume de la pyramide</u>

$$\begin{aligned} V_{pyramide} &= \frac{1}{3} \times aire\,de\,la\,base \times hauteur \\ &= \frac{1}{3} \times (longueur \times largeur) \times hauteur \\ &= \frac{1}{3} \times (6 \times 3) \times 6 \\ &= \frac{6 \times \cancel{3} \times 6}{\cancel{3}} \\ &= 36\,cm^3 \end{aligned}$$

<u>Volume du cône</u>

$$\begin{aligned} V_{cône} &= \frac{1}{3} \pi \times rayon^2 \times hauteur \\ &= \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 \\ &= \frac{1}{\cancel{3}} \pi \times 9 \times \cancel{3} \\ &= \pi \times 9 \\ &\simeq 28{,}3\,cm^3 \end{aligned}$$

<u>Volume du cylindre</u>

$$\begin{aligned} V_{cylindre} &= \pi \times rayon^2 \times hauteur \\ &= \pi \times 2^2 \times 3 \\ &= \pi \times 4 \times 3 \\ &= \pi \times 12 \\ &\simeq 37{,}7\,cm^3 \end{aligned}$$

<u>Volume de la boule</u>

$$\begin{aligned} V_{boule} &= \frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 8 \\ &\simeq 33{,}5\,cm^3 \end{aligned}$$

<u>Conclusion</u>

$V_{cône} < V_{boule} < V_{pyramide} < V_{cylindre}$